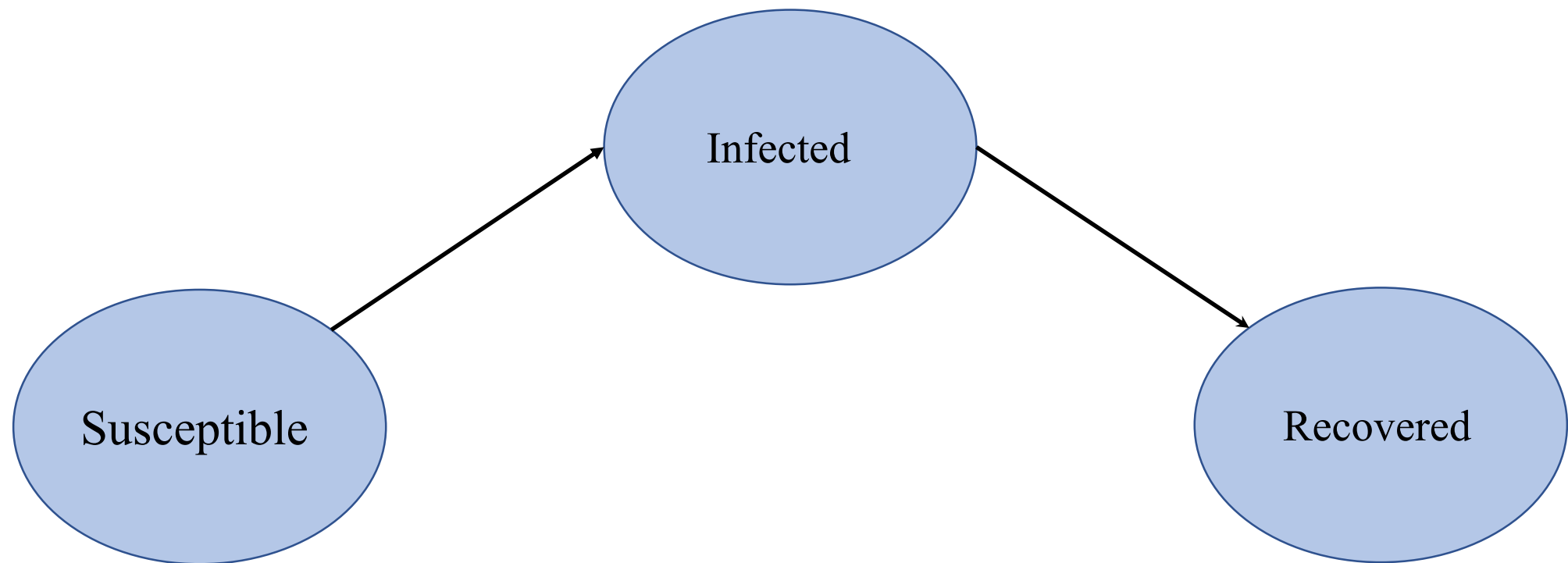


แบบจำลองโรคระบาดเบื้องต้น ๑:
Deterministic SIR Model: เทียบกับข้อมูล
การระบาด COVID-19 ในไทย

ภาณุวัฒน์ เลิศสิทธิชัย

บทนำ

- ผมขอแนะนำเสนอแบบจำลองโรคระบาด แบบง่ายๆ ที่เข้าใจไม่ยาก ให้ผู้สนใจ ได้ลองพิจารณาดู
- แบบจำลองแรกที่จะนำเสนอ คือ SIR model (แบบ Deterministic) ที่นักวิชาการโรคระบาดรู้จักกันดี
- SIR ย่อมาจาก Susceptible/Infected/Recovered อันหมายถึง การจำลองประชากร เป็น ๓ ส่วน กล่าวคือ
- ผู้อาจแต่ยังไม่ติดเชื้อ (Susceptible); ผู้ติดเชื้อแล้วและแพร่เชื้อได้ (Infected); และผู้ฟื้นตัวจากโรค (Recovered)
- จริง ๆ แล้ว Recovered จะหมายถึงผู้ที่ ติดเชื้อหรือแพร่เชื้อไม่ได้อีกต่อไป จึงรวมไปถึงผู้ที่เสียชีวิต และผู้ติดเชื้อที่โดน Isolate (อย่างแท้จริง) ด้วย



แบบจำลอง เป็น 3-state deterministic model (SIR)
กลุ่ม Recovered ไม่สามารถแพร่/ติดเชื้อได้อีก

สมการพื้นฐานของแบบจำลอง SIR (Kermack-McKendrick Equations)

$$\begin{aligned}(1) \quad & \frac{dS(t)}{dt} = -\frac{\beta I(t)S(t)}{N} \\(2) \quad & \frac{dI(t)}{dt} = \frac{\beta I(t)S(t)}{N} - \gamma I(t) \\(3) \quad & \frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t)\end{aligned}$$

- สมการ (๑) บรรยายถึงการเปลี่ยนแปลงของ $S(t)$ ต่อหน่วยเวลา ในประชากรขนาด N โดย $S(t)$ คือจำนวน Susceptible ณ เวลา t หลังเชื้อเริ่มระบาด และ $I(t)$ คือจำนวนผู้ติดเชื้อ (Infected) ณ เวลา t
- สมการ (๒) บรรยายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวน $I(t)$
- สมการ (๓) บรรยายถึงการเปลี่ยนแปลงของจำนวนกลุ่ม Recovered, $R(t)$
- และดังนั้น $N = S(t) + I(t) + R(t) =$ ค่าคงที่

สมการพื้นฐานของแบบจำลอง SIR

- แบบจำลองมีค่าสัมประสิทธิ์ ที่สำคัญเพียง ๒ ค่า
- ค่า β คืออัตราการแพร่เชื้อต่อผู้ติดเชื้อ ๑ คน ต่อหน่วยเวลา อันจะเป็นค่าคงที่หรือไม่ก็ได้
- ค่า γ คืออัตราการหาย (Recovery) จากการติดเชื้อต่อหน่วยเวลา อันจะเป็นค่าคงที่หรือไม่ก็ได้
- และค่า $\frac{\beta}{\gamma} \equiv r$ เรียกว่า ค่า Reproductive Ratio คือ อัตราการติดเชื้อต่ออัตราการหายจากการติดเชื้อ อันจะเป็นค่าคงที่หรือไม่ก็ได้
- กล่าวอีกนัยหนึ่ง คือ r คือจำนวน Susceptible ที่จะติดเชื้อ ที่ผู้ติดเชื้อคนหนึ่งๆ จะแพร่ได้ ณ จุดเวลาหนึ่งๆ ต่อจำนวนผู้ติดเชื้อที่หายจากโรค ณ จุดเวลาเดียวกัน
- ดังนั้น $r = 3$ หมายความว่า ณ จุดเวลาหนึ่ง จะมีผู้ติดเชื้อใหม่ 3 ต่อผู้หายจากเชื้อ 1

ค่า r

- หากค่า r ไม่เป็นค่าคงที่ ค่า r ที่จุดเริ่มต้น $t = 0$ ก่อนจะเกิดการแพร่ระบาด ก่อนที่จะมีเหตุการณ์และมาตรการป้องกันต่างๆ เกิดขึ้น เรียกว่าค่า r_0 หรือ **Basic Reproductive Ratio**
- หากค่า $r_0 < 1$ จะเกิดโรคระบาดไม่ได้
- หากค่า $r_0 > 1$ จะเกิดโรคระบาดได้
- คาดว่า COVID19 อาจมีค่า $r_0 = 2+$ ถึง $3+$ (หรือมากกว่านี้ แล้วแต่วิธีประมาณค่า)
- ค่า r ณ จุดเวลาต่อมา ถ้าไม่เป็นค่าคงที่ โดยอาจขึ้นกับปัจจัยภายนอกต่างๆ ก็เรียกว่า r_t หรือ **Effective Reproductive Ratio**
- ในแบบจำลอง SIR ที่จะกล่าวถึงต่อไป จะมีค่า r ที่เปลี่ยนแปลงได้ ณ จุดเวลาที่กำหนด เพื่อศึกษาอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงนั้นๆ

ค่า r

หากกำหนดค่าเริ่มต้น (Initial values) ให้ $S(0) = N$; $R(0) = 0$; $r = r_0 = r_t =$ ค่าคงที่

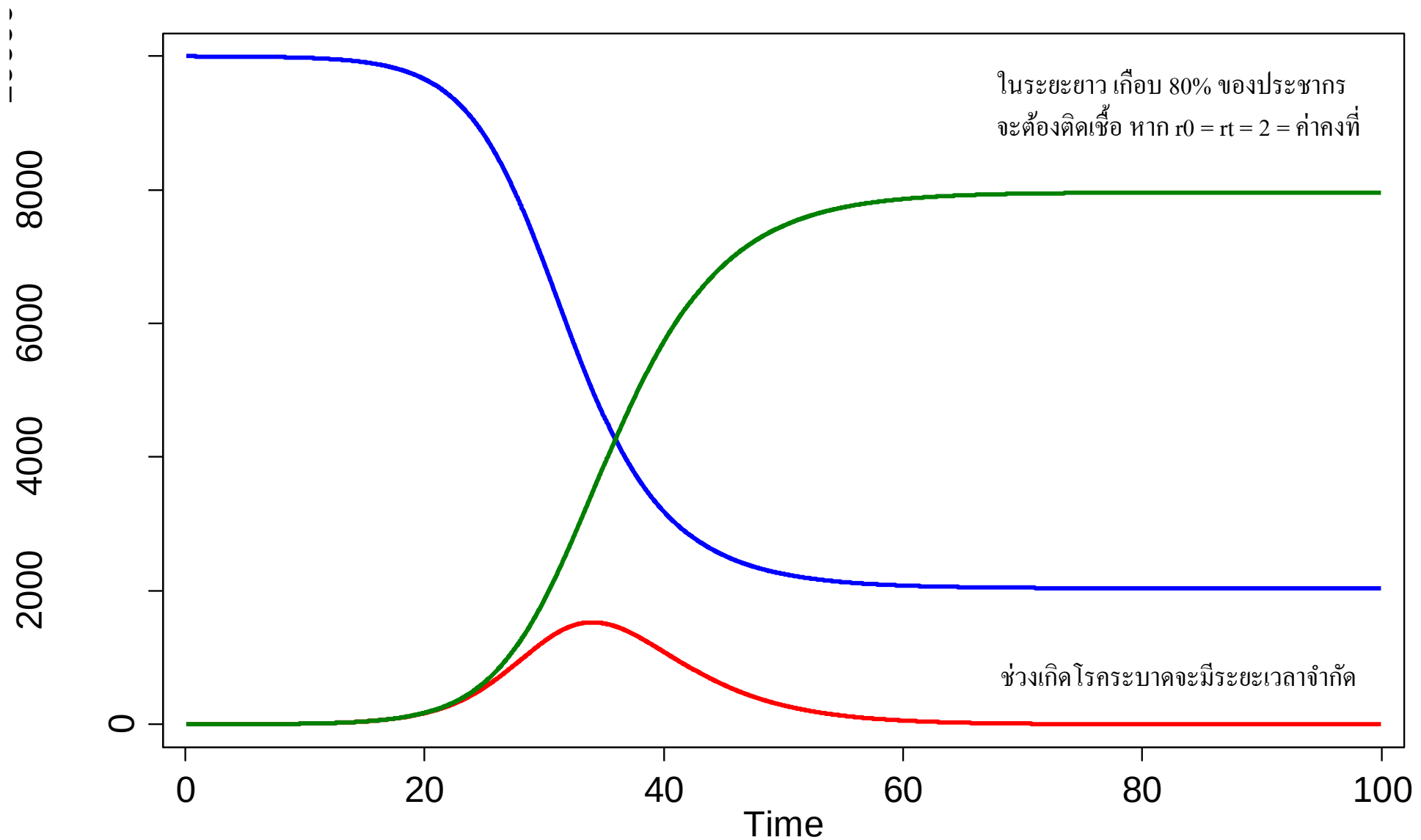
- กล่าวคือ ณ เวลาที่เกิดการระบาด $t = 0$ ประชาชนทุกคน susceptible (ไม่มีใครมีภูมิคุ้มกันต่อโรค)
- จากสมการ ๑, ๒, ๓ เราจะพบว่า ในระยะยาว (ในทางปฏิบัติอาจหมายถึงหลายเดือนจนเป็นปี)
- หาก $r = 10$ แทบ 100% ของประชากรต้องติดเชื้อ ก่อนการระบาดจะยุติ
- หาก $r = 3$ ประมาณ 94% ของประชากรต้องติดเชื้อ
- หาก $r = 2$ ประมาณ 80% ของประชากรต้องติดเชื้อ
- หาก $r = 1.2$ ประมาณ 31% ของประชากรต้องติดเชื้อ
- จะเห็นได้ว่า ค่า r ยิ่งใกล้ 1 สัดส่วนประชากรที่ต้องติดเชื้อ จะยิ่งน้อย ก่อนการระบาดจะยุติ

จะลดหรือเพิ่ม r อย่างไร

ตามแบบจำลองนี้ การยุติการระบาด หรือลดผลกระทบของการระบาด จะต้องลดค่า r โดย

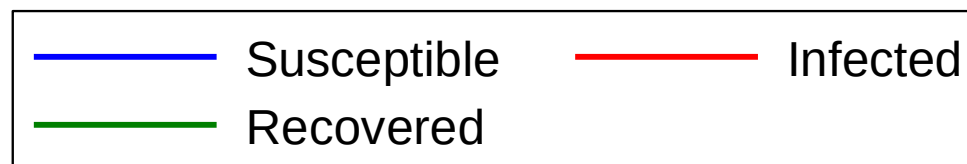
- ลดความสามารถของการแพร่เชื้อของโรค (ค่า β): ในทางปฏิบัติอาจเป็น **Social distancing & lockdown; Protective gear; Disinfectants, etc.**
- เพิ่ม Recovery rate (ค่า γ) โดย (จากที่กล่าวแล้วในบทนำ Recovery ควรรวมการเสียชีวิต และ Isolation ด้วย): ในทางปฏิบัติอาจเป็น **Case identification & isolation; Vaccine & antiviral drugs ...**

การเพิ่มค่า r อาจทำได้ในกรณีที่ดำเนินมาตรการป้องกันบรรเทาและรักษาต่างๆ อยู่แล้ว โดยผ่อนปรนมาตรการเหล่านั้น



กราฟที่ได้จากการแก้สมการ ๑ - ๓ ในกรณีที่ $r = 2$
เริ่มต้นที่ค่า N (ประชากร) = $S(0) = 10,000$; $R(0) = 0$

แบบจำลองโรคระบาดเบื้องต้น ๑ : อ.นพ.ภาณุวัฒน์ เลิศสิทธิชัย



ตัวชี้วัดโรคระบาด สำหรับ SIR Models และการระบาดในไทย

- ตัวชี้วัดโรคระบาดที่รายงานในสื่อฯ ต่างๆ ในประเทศ เชื่อมโยงอย่างไรกับตัวชี้วัดใน SIR Models
- โดยเราสมมติว่า การติดเชื้อทั้งหมดที่เกิดขึ้นจริงได้รับการตรวจและยืนยัน (ไม่มี Under-reporting)
- ตัวชี้วัดที่ได้จากสื่อฯ ได้แก่ จำนวนอุบัติการณ์รายวัน (**Daily Incidence**) จำนวนการติดเชื้อสะสม (**Cumulative Infection**) และ จำนวนผู้ป่วยที่หายกลับบ้าน (**Recovered**)
- ตัวชี้วัดจาก SIR models ได้แก่ จำนวน **Susceptible**, **Infected**, และ **Recovered**
- ทั้ง SIR models และ การรายงานจากสื่อฯ นิยาม Recovered เหมือนกัน จึงเป็นตัววัดเดียวกัน
- สำหรับ SIR models ค่า Infected คือ ความชุกของการติดเชื้อ (Infection Prevalence)
- สำหรับค่า Susceptible ใน SIR models แปลงเป็นตัวเลขจริงในทางปฏิบัติค่อนข้างยาก จึงจะยังไม่กล่าวถึง

ตัวชี้วัดโรคระบาด สำหรับ SIR Models และการระบาดในไทย (ต่อ)

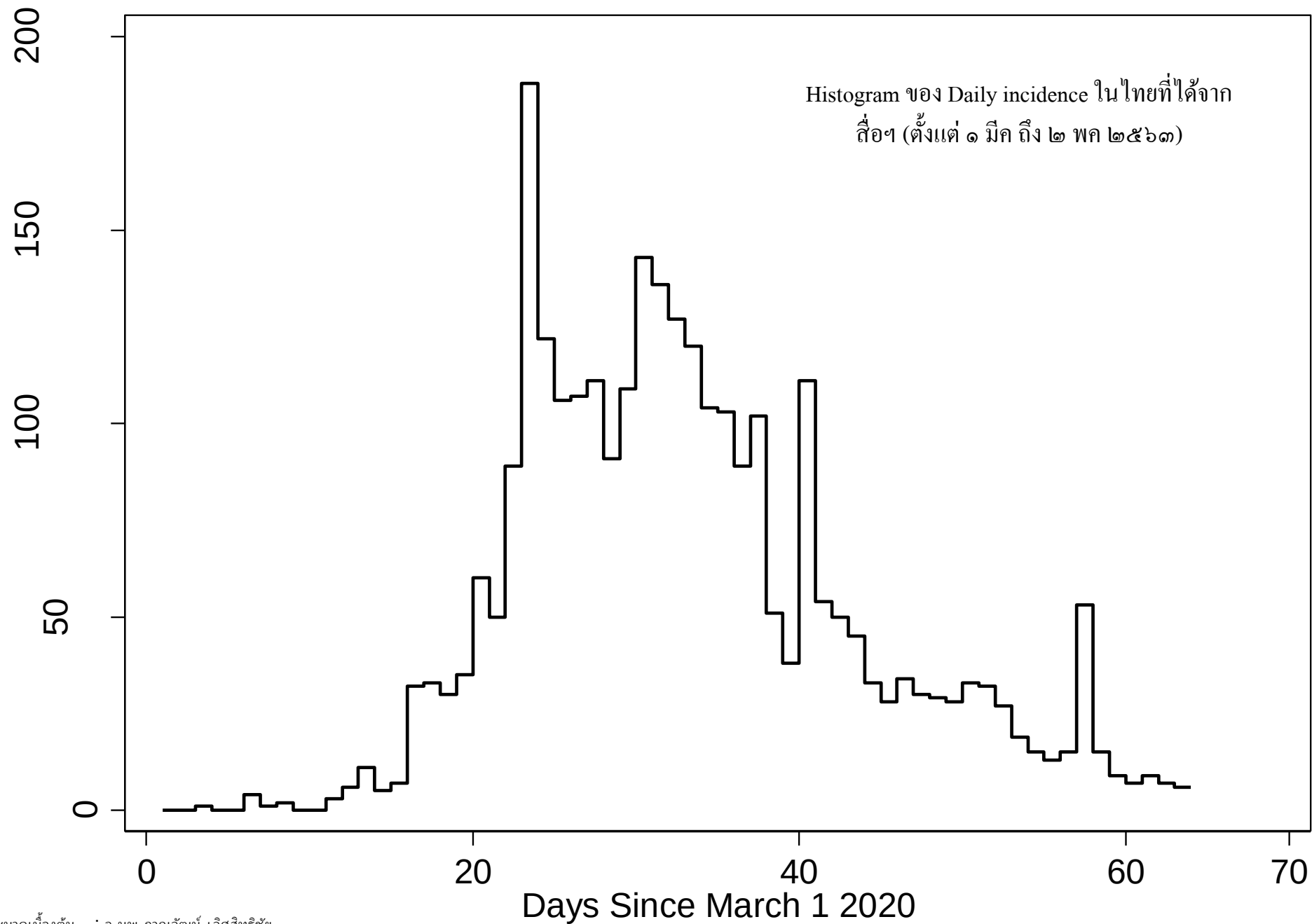
- ค่า Daily incidence ที่ได้จากสื่อฯ ไม่ใช่ค่า Infected ใน SIR models แต่สัมพันธ์กันดังนี้

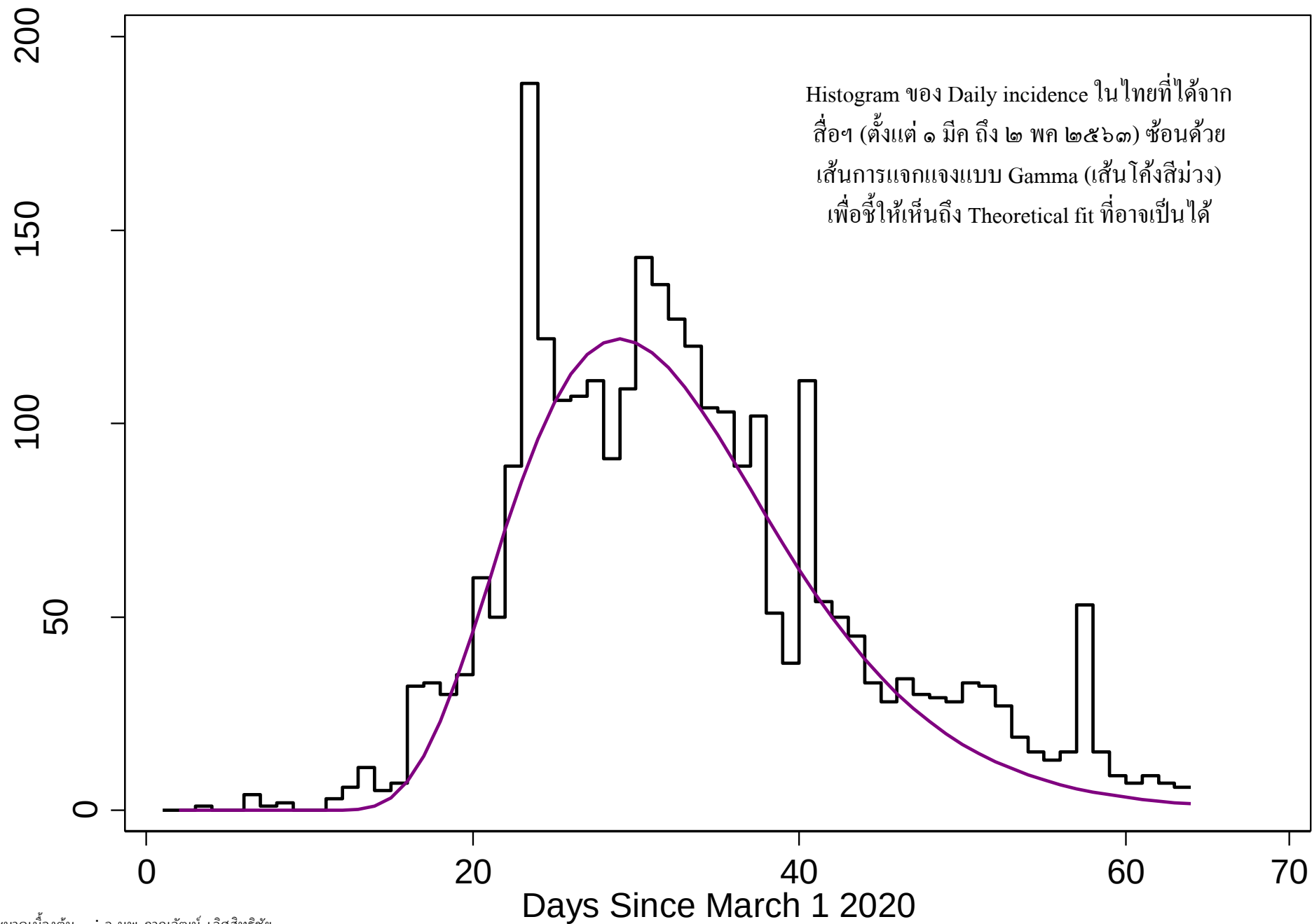
$$\text{Daily Incidence} \approx \frac{\beta}{N} S(t)I(t)\Delta t \text{ โดย คือ } \Delta t \text{ time increment เทียบเท่ากับ ๑ วัน ณ วันที่ } t$$

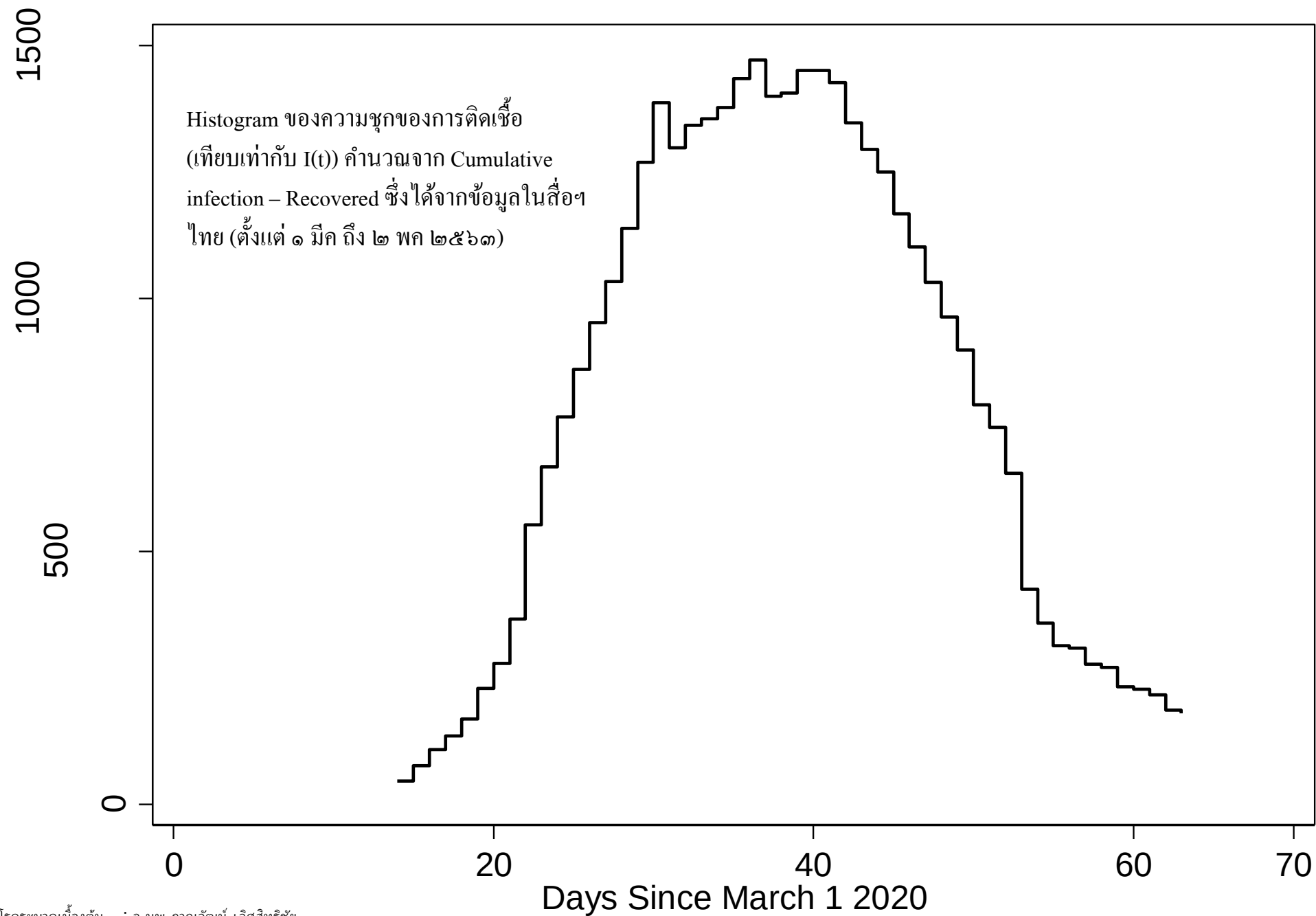
- ค่า Infected จาก SIR models ซึ่งเป็นค่าความชุก จะสัมพันธ์กับตัวชี้วัดจากสื่อฯ ดังนี้

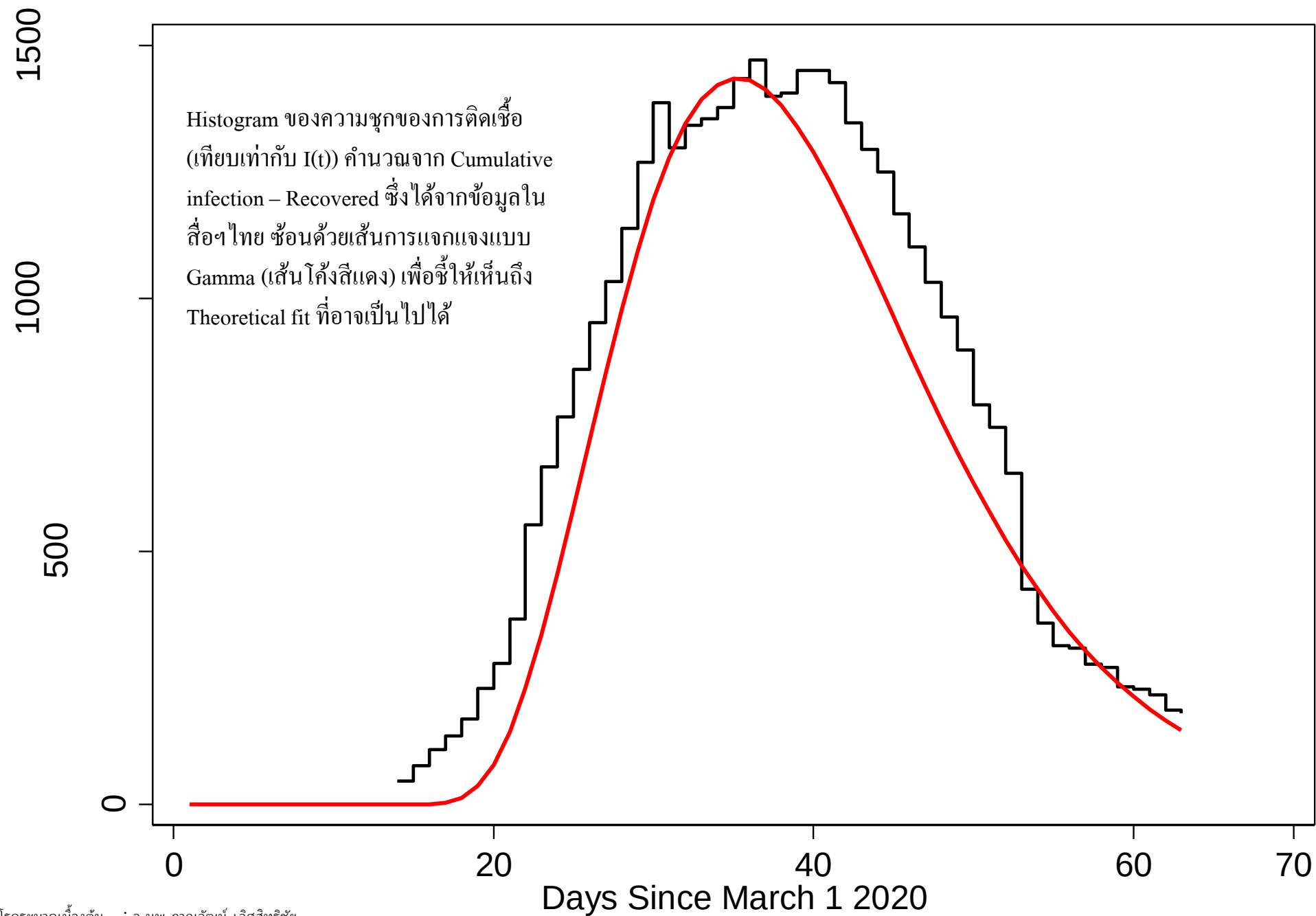
$$I(t) = \text{cumulative infection}(t) - \text{recovered}(t)$$

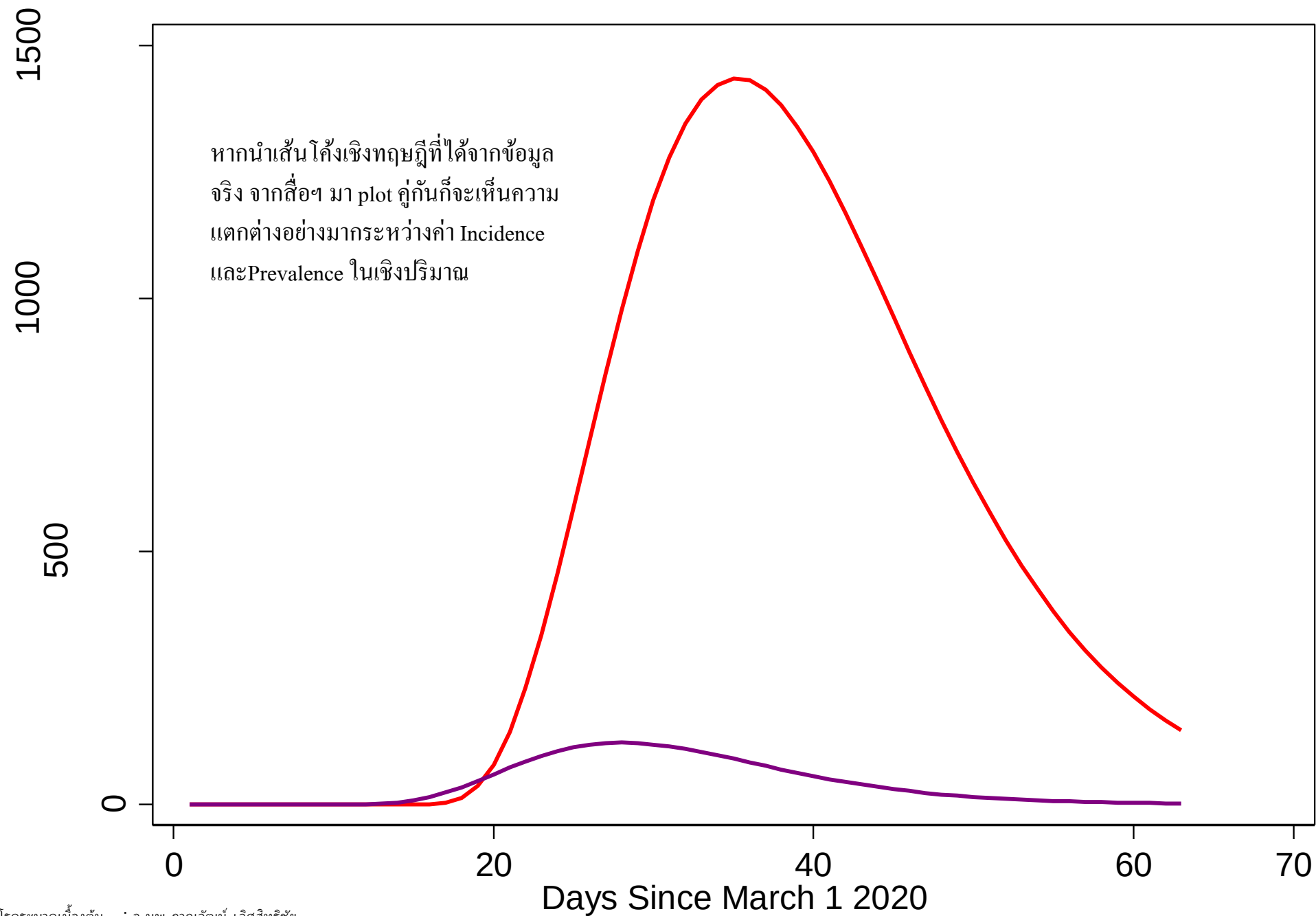
- จากความสัมพันธ์ข้างบน เราสามารถเปรียบเทียบได้ว่า SIR models จะมีประโยชน์สำหรับใช้ทำนายการระบาดของโรค COVID-19 ในประเทศไทย ได้หรือไม่

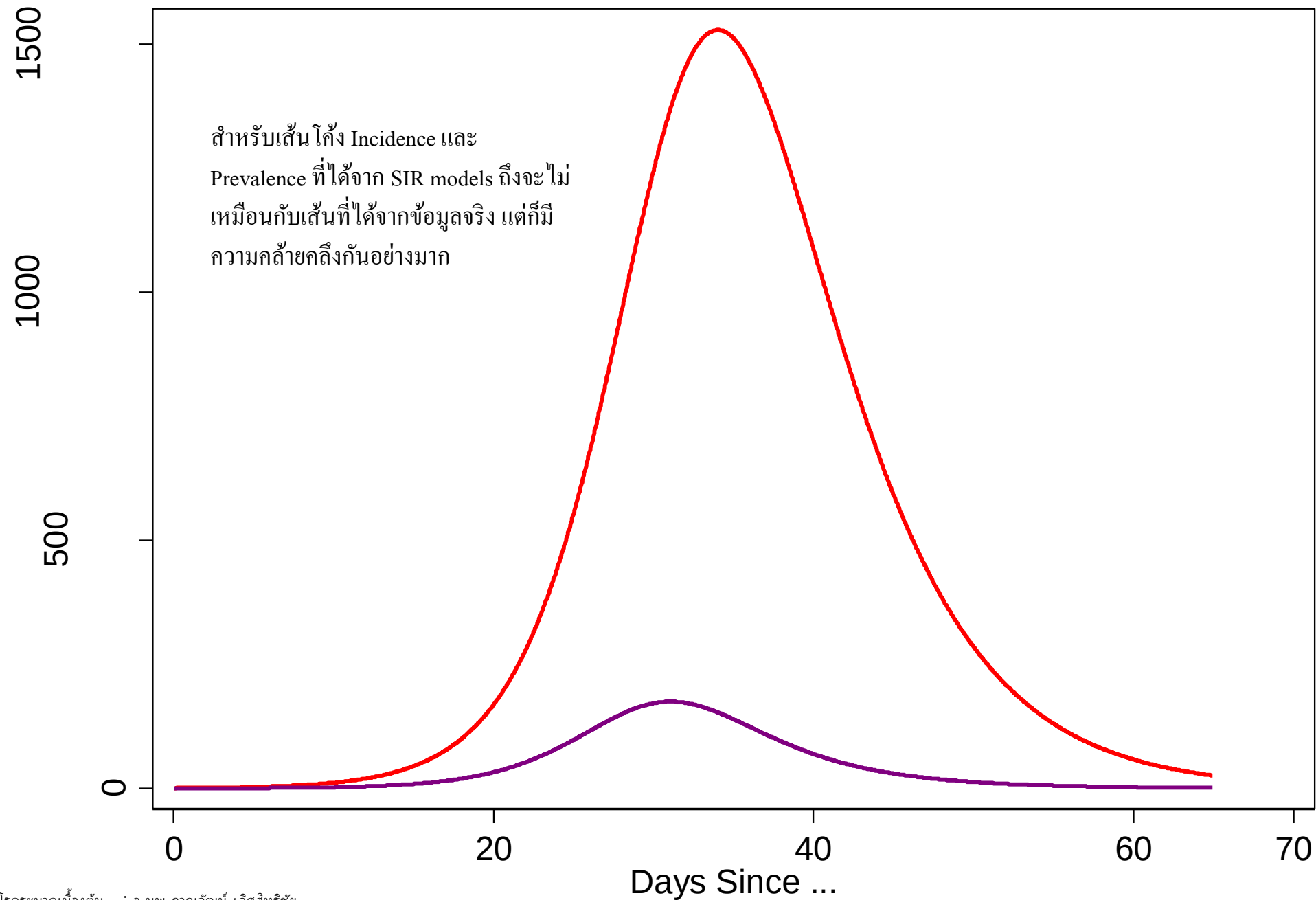












เมื่อเปรียบเทียบ SIR Models กับข้อมูลการระบาดในไทย

- ดูเหมือนว่าหากดูผ่านๆ จะมีความคล้ายคลึงกัน
- ดังนั้น เราอาจนำ SIR models มาใช้ทดแทนสถานการณ์การติดเชื้อ COVID-19 ในไทยได้ในระดับหนึ่ง
- **ไม่ใช่**เพื่อกำทำนายที่แม่นยำ (เพราะตัวเลขที่ได้จะไม่แม่นยำพอ) ในเชิง **Quantitative**
- แต่เพื่อดูผลกระทบของนโยบาย หรือ มาตรการบรรเทาต่างๆ ที่สถาบัน หรือ รัฐบาลท้องถิ่น หรือรัฐบาลระดับประเทศ จะนำมาใช้ ต่อการระบาดของโรค ในเชิง **Qualitative** ได้
- ในสไลด์ต่อๆ ไปเราจะนำเสนอการวิเคราะห์ผลกระทบของมาตรการต่างๆ ภายใต้แบบจำลองง่ายๆ เหล่านี้ให้ผู้สนใจได้พิจารณา