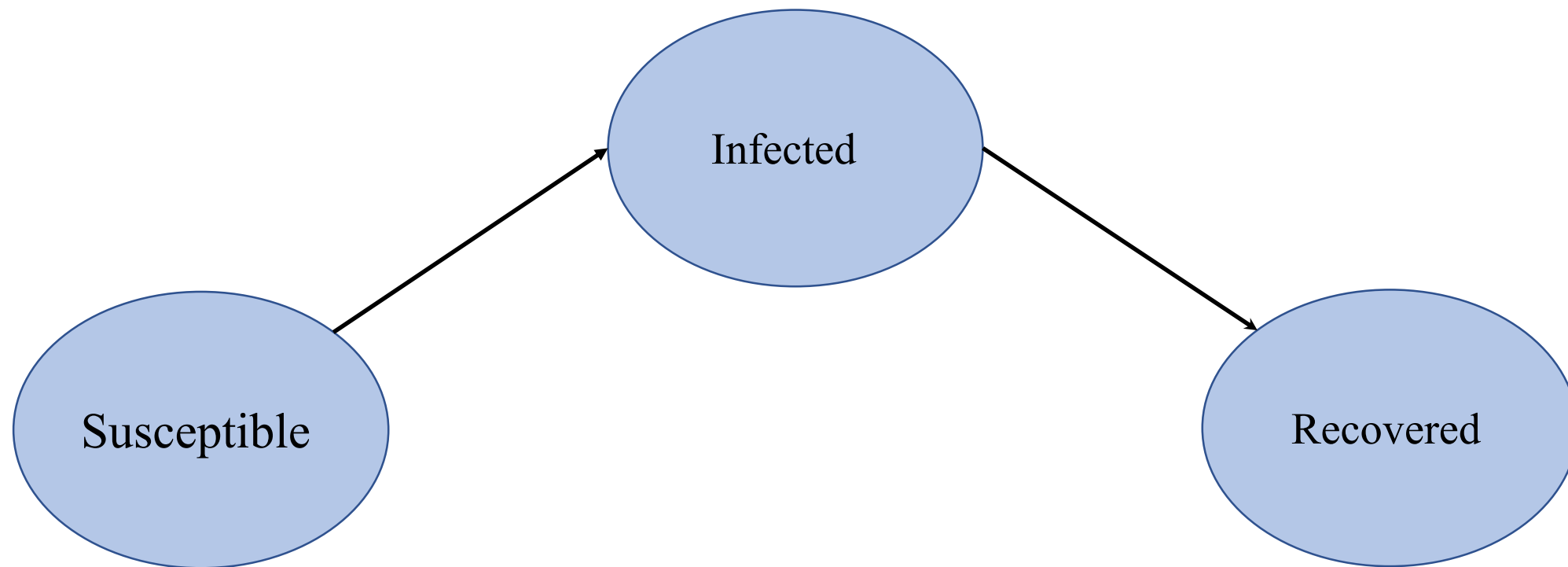


แบบจำลองโรคระบาดเบื้องต้น ๒: Deterministic SIR Model

ภาณุวัฒน์ เลิศสิทธิชัย

บทนำ

- ขอนำเสนอแบบจำลอง Deterministic SIR model ที่นักวิชาการโรคระบาดรู้จักกันดี อีกครั้ง
- เป็นการนำเสนอ กราฟ ที่จำลองสถานการณ์ในบางบริบท อัน (อาจจะ) เป็นที่น่าสนใจ
- ขอเตือนว่าแบบจำลอง ไม่สมจริง (ไม่มีแบบจำลองใดๆ ที่สมจริงทุกประการ) แต่อาจแสดงให้เห็นถึงผลกระทบของนโยบายบางประการ ในการควบคุมโรค ได้พอสังเขป
- ในอนาคต (ในสไลด์ชุดที่ ๓) หากมีผู้สนใจ ก็อาจจะนำเสนอแบบจำลองที่มีความแปรปรวนสุ่ม (Random/Chance variation/events) เข้ามาเกี่ยวข้อง (เรียกว่ากระบวนการ Stochastic process) และการจำลองการติดเชื้อแบบ Random Network ซึ่งจะสมจริงมากขึ้น



แบบจำลอง เป็น 3-state deterministic model (SIR)
กลุ่ม Recovered ไม่สามารถแพร่/ติดเชื้อได้อีก

สมการพื้นฐานของแบบจำลอง SIR (Kermack-McKendrick Equations)

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{dS(t)}{dt} &= -\frac{\beta I(t)S(t)}{N} \\ (2) \quad \frac{dI(t)}{dt} &= \frac{\beta I(t)S(t)}{N} - \gamma I(t) \\ (3) \quad \frac{dR(t)}{dt} &= \gamma I(t) \end{aligned}$$

- สมการ (๑) บรรยายถึงการเปลี่ยนแปลงของ $S(t)$ ต่อหน่วยเวลา ในประชากรขนาด N (เป็นค่าคงที่) โดย $S(t)$ คือจำนวนผู้อ่อนแอติดเชื้อ (Susceptible) ณ เวลา t หลังเชื้อเริ่มระบาด และ $I(t)$ คือจำนวนผู้ติดเชื้อ (Infected) ณ เวลา t
- สมการ (๒) บรรยายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวน $I(t)$ (ถือเป็น *Infection Prevalence*)
- และสมการ (๓) บรรยายถึงการเปลี่ยนแปลงของจำนวนกลุ่มที่หาย (หรือตายก็ได้) จากโรค (Recovered), $R(t)$
- สมการชุดนี้ทำนายจำนวนการติดเชื้อด้วยความแม่นยำที่สมบูรณ์ ซึ่งเป็นไปไม่ได้ในชีวิตจริง

สมการพื้นฐานของแบบจำลอง SIR

- แบบจำลองมีค่าสัมประสิทธิ์ ที่สำคัญเพียง ๒ ค่า
- ค่า β คือจำนวนติดเชื้อต่อผู้แพร่เชื้อ ๑ คน ในประชากรที่ไม่มีภูมิคุ้มกัน ต่อหน่วยเวลา อันจะเป็นค่าคงที่หรือไม่ก็ได้
- ค่า γ คืออัตราการหาย (Recovery) จากการติดเชื้อต่อหน่วยเวลา อันจะเป็นค่าคงที่หรือไม่ก็ได้
- และค่า $\frac{\beta}{\gamma} \equiv r$ เรียกว่า ค่า Reproductive Ratio คือ อัตราการเกิดการติดเชื้อต่ออัตราการหายจากการติดเชื้อ อันจะเป็นค่าคงที่หรือไม่ก็ได้
- กล่าวอีกนัยหนึ่ง คือ r คือจำนวน Susceptible ที่จะติดเชื้อ ที่ผู้ติดเชื้อคนหนึ่งๆ จะแพร่ได้ในช่วงเวลาหนึ่งๆ ต่อจำนวนผู้ติดเชื้อที่หายจากโรคในช่วงเวลาเดียวกัน
- ดังนั้น $r = 3$ หมายความว่า ในช่วงเวลาหนึ่ง จะมีผู้ติดเชื้อใหม่ 3 ต่อผู้หายจากเชื้อ 1

ข้อสังเกตในการแก้ชุดสมการ (1) – (3)

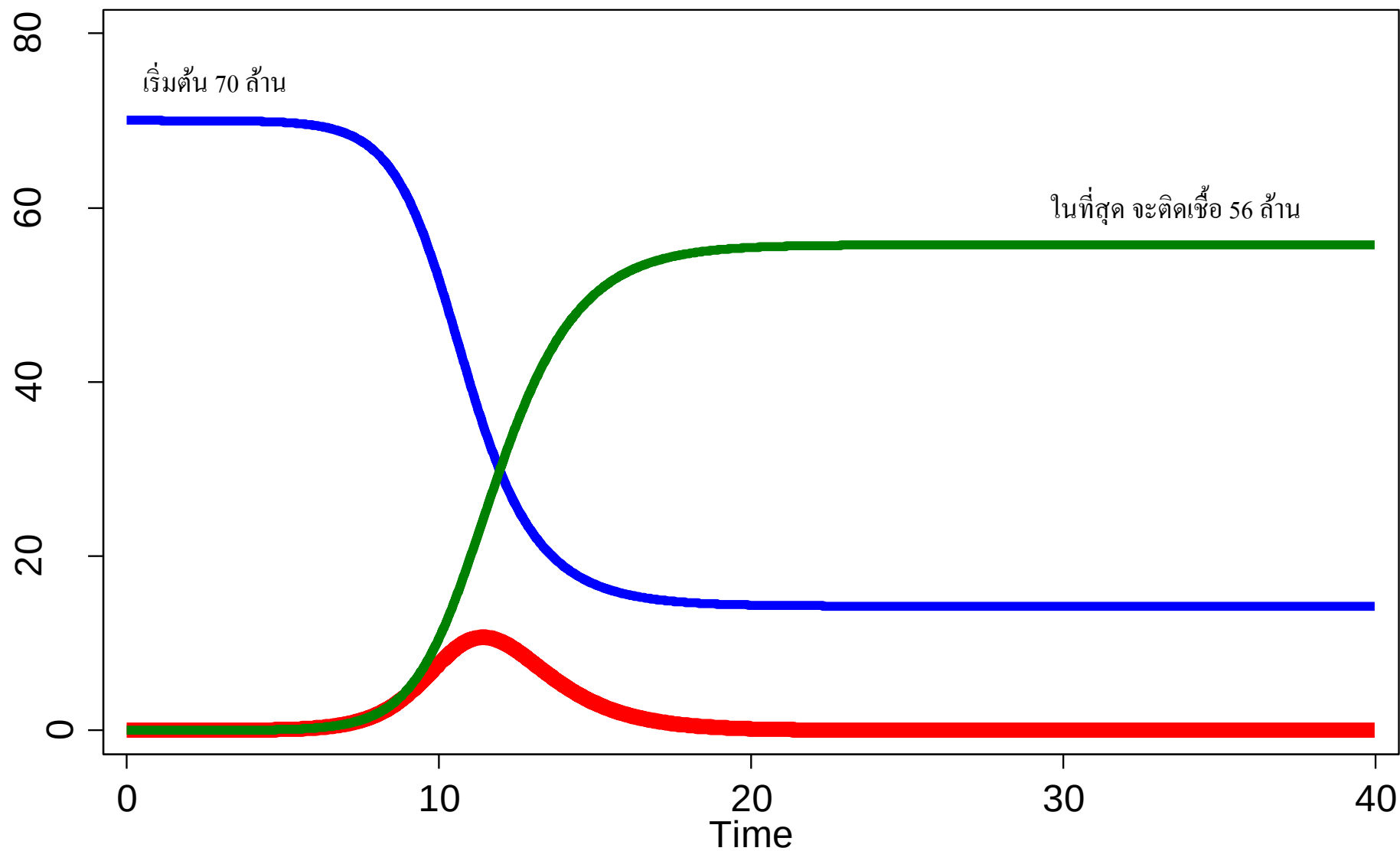
- การแก้ชุดสมการนี้ โดยให้เขียนคำตอบเป็นสูตรสั้นๆ จะไม่ง่าย หากใช้วิธีดั้งเดิม กล่าวคือ “Analytical techniques” ยกเว้น จะเป็นการประมาณค่า ภายใต้ข้อกำหนดพิเศษ บางประการ
- ในปัจจุบันจึงนิยมเสนอผลวิเคราะห์เป็นกราฟที่เข้าใจไม่ยาก โดยอาศัยคอมพิวเตอร์และซอฟต์แวร์ที่เหมาะสม ในการวิเคราะห์
- ในตัวอย่างต่อไปนี้ ผู้วิเคราะห์ใช้ ซอฟต์แวร์สถิติ Stata v. 14 และการเขียนชุดโปรแกรมง่ายๆ ในการคำนวณ และสร้างกราฟทั้งหมด
- การวิเคราะห์ที่ซับซ้อนกว่านี้คงต้องพึ่งซอฟต์แวร์ที่เหมาะสมมากกว่า เช่น MatLab ที่ทางมหาวิทยาลัยฯ มีให้พวกเราใช้อยู่แล้ว

Scenario 1

การติดเชื้อ มี Reproductive ratio = 2: $\beta = 2$ และ $\gamma = 1$ เป็นค่าคงที่

- หากมีประชากร ประมาณ 70 ล้านคน
- ประมาณ 80% หรือ 56 ล้าน จะต้องติดเชื้อ ก่อนการระบาดจะหมดไป!!!
(ดูในรูปถัดไป แต่โปรดสังเกตว่าหน่วยเวลาไม่มีความหมายในที่นี้)
- สังเกตว่า $I(t)$ หรือเส้นกราฟจำนวนผู้ติดเชื้อ จะมีรูปร่างเป็นระฆังคว่ำเสมอ และจะมีค่าเป็น 0 ในที่สุด

ประชากรมี
หน่วยเป็น
จำนวนล้าน

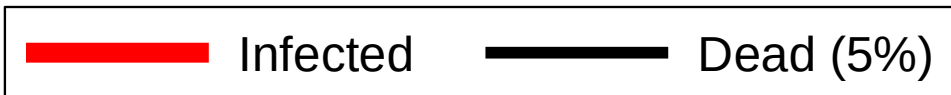
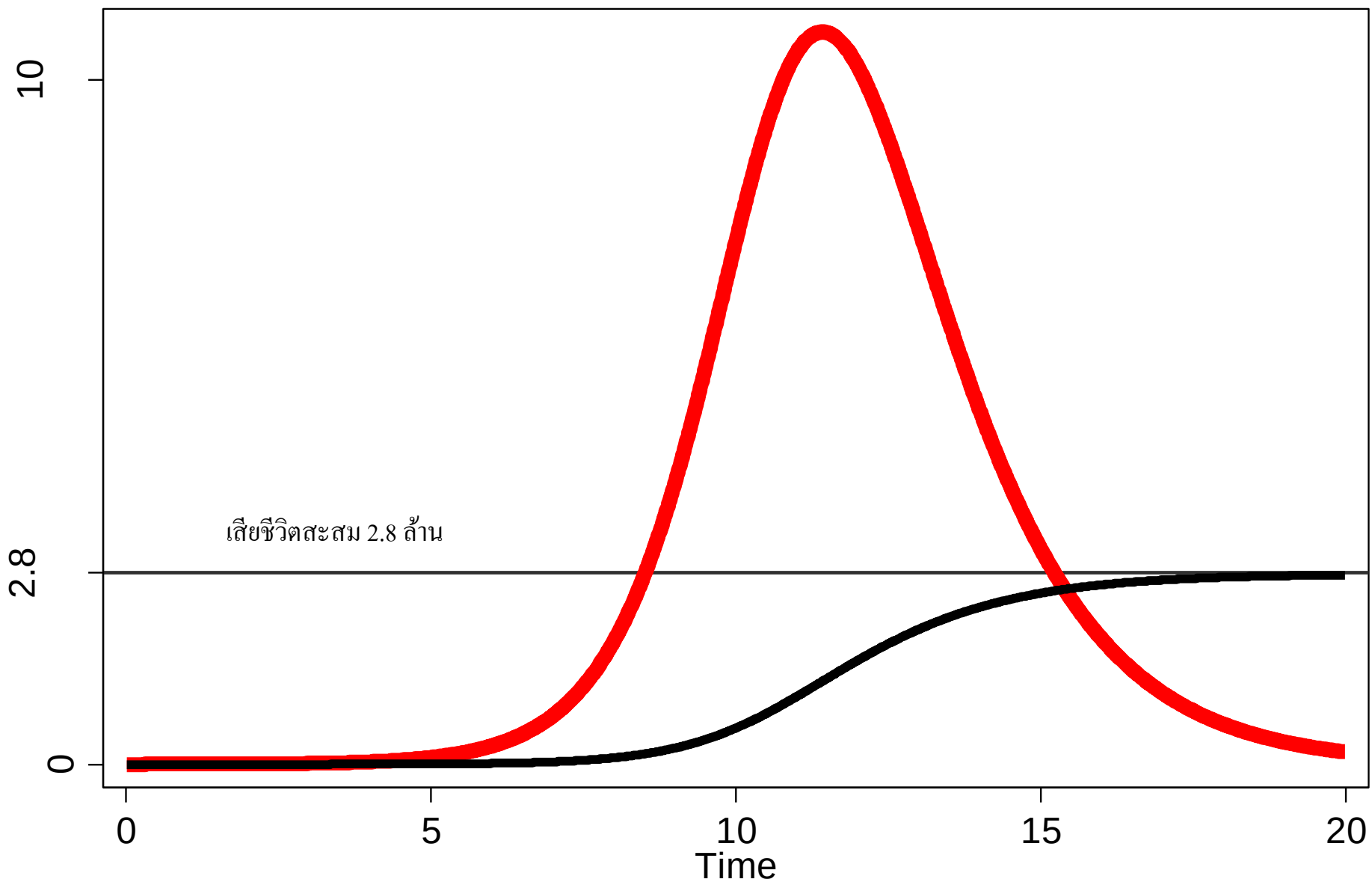


Scenario 1 (ต่อ)

หากกำหนดว่า อัตราการเสียชีวิต จากการติดเชื้อในแต่ละช่วงเวลา เป็นค่าคงที่ $= 0.05$ หรือ 5% (กำหนดว่าไม่มีระยะเวลาห่าง หรือ time-lag ระหว่างการเริ่มป่วยจนเสียชีวิต) (ดูในรูปถัดไป)

- จำนวนผู้เสียชีวิตจากการติดเชื้อจะมากถึง 2.8 ล้านคน เมื่อการระบาดสิ้นสุด
- ในกราฟ จำนวนผู้เสียชีวิตเป็นจำนวนสะสม (Cumulative deaths)
- มีใครเชื่อคำทำนายนี้บ้าง???

ประชากรมี
หน่วยเป็น
จำนวนล้าน

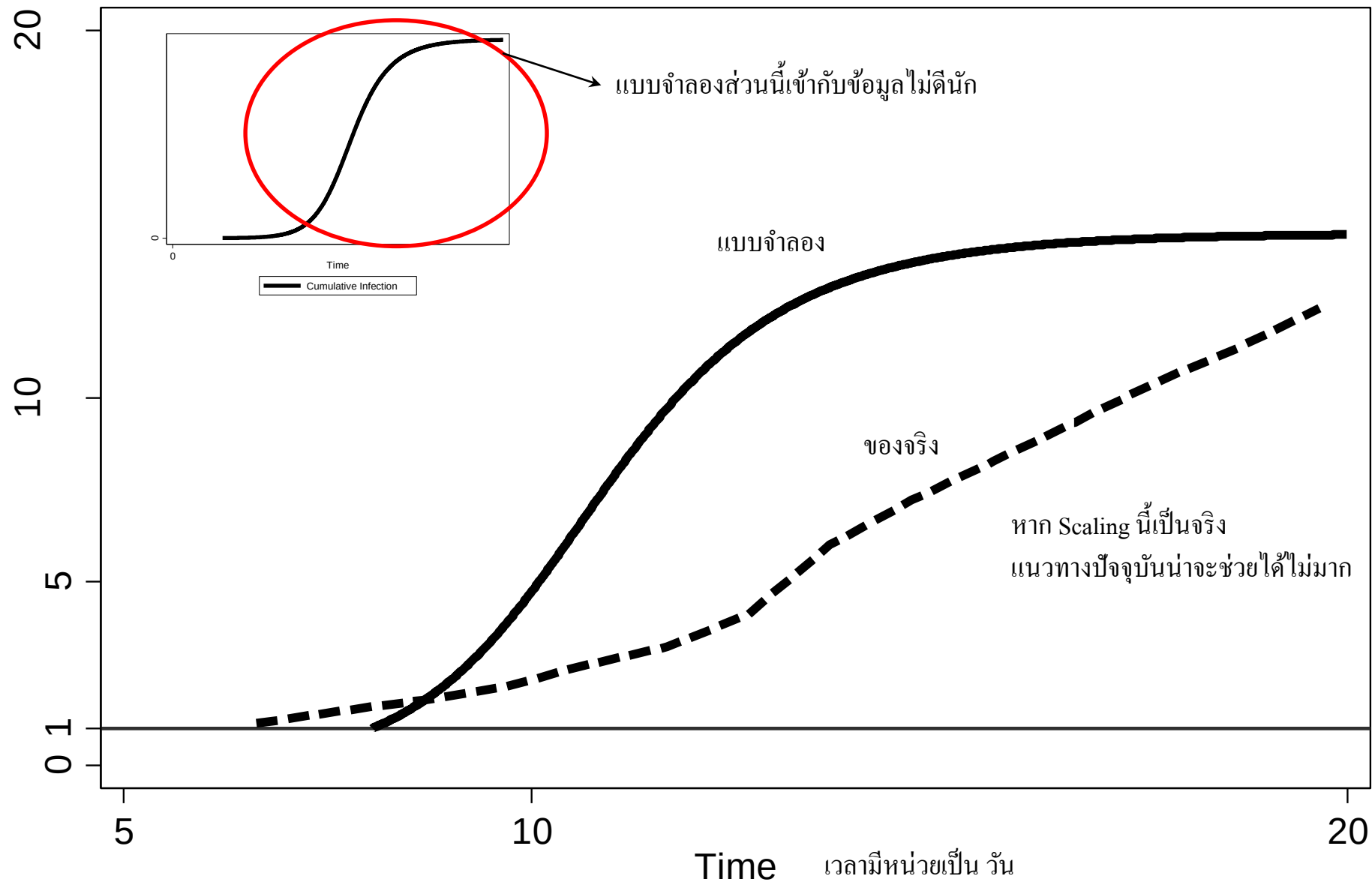


Scenario 1 (ต่อ)

- หากเราปรับแบบจำลองให้เข้ากับข้อมูลไทย โดยสมมติว่าการติดเชื้อ จะเกิดในวงจำกัด เช่น ไม่เกิน 100,000 คน (ดูในรูปถัดไป ทั้ง ๒ รูป)
- แบบจำลองก็เข้ากับข้อมูลไม่ได้อยู่ดี ไม่ว่าจะ Scale อย่างไร เมื่อยังคงกำหนดให้ $\beta = 2$ และ $\gamma = 1$ เป็นค่าคงที่ (ภายใต้สมมติฐานว่า detection rate คือ 100%)
- กลับดูเหมือนว่า การติดเชื้อในประเทศไทย น่าจะดำเนินการไปอีกนาน เพราะยังไม่ถึง plateau
- สังเกตว่าในกราฟถัดไปนี้ การติดเชื้อจะคิดเป็นจำนวนติดเชื้อสะสม (Cumulative number of infections) อันจะได้เข้ากับข้อมูลที่นิยมนำเสนอในสื่อต่างๆ

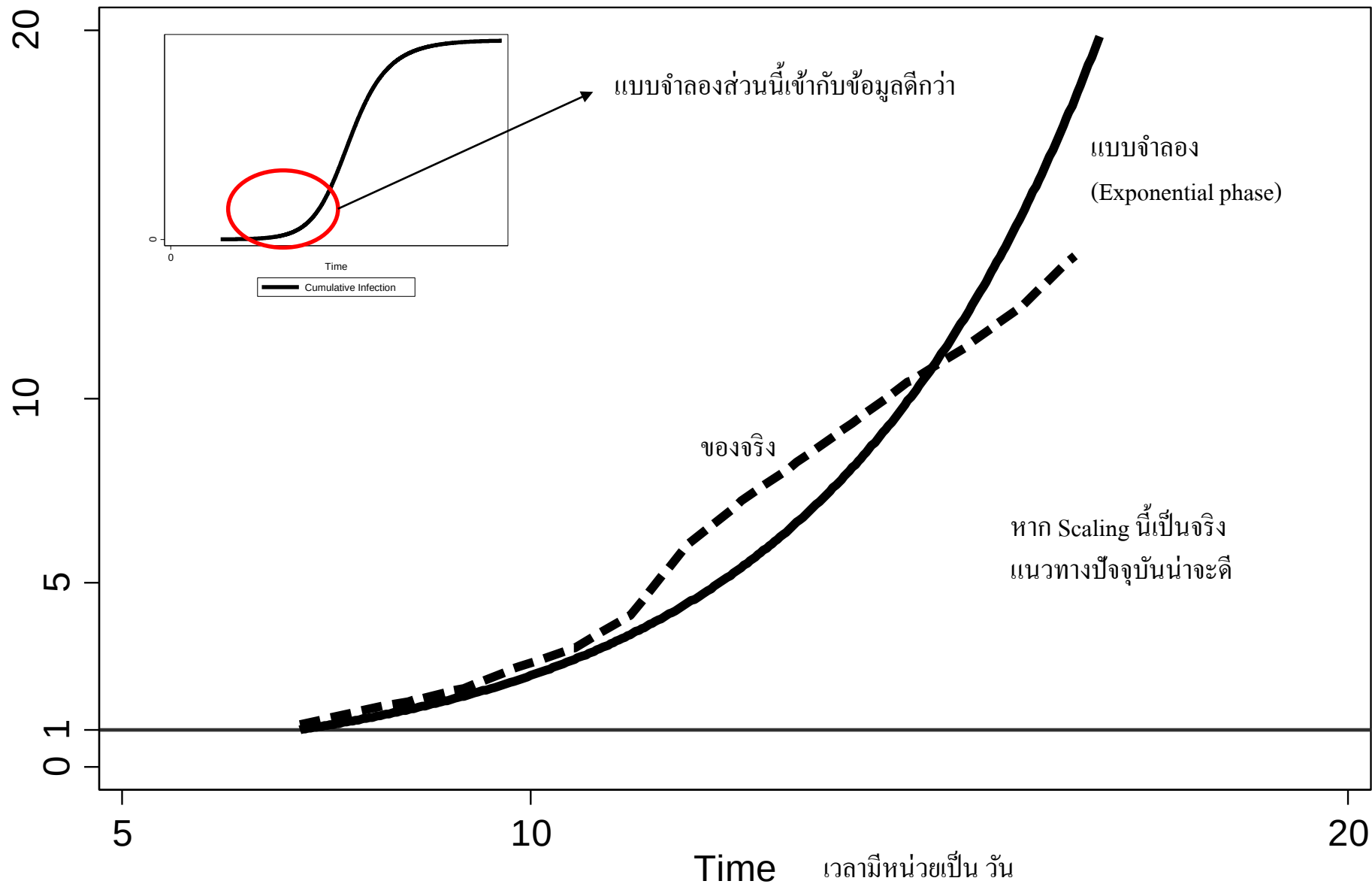
(จริงๆ แล้ว อาจปรับค่า β และ γ ให้เป็นค่าไม่คงที่ หรือลองแทนตัวเลขอื่นๆ ลงในชุดสมการ ก็อาจปรับให้เข้ากับข้อมูลไทยได้ดีกว่านี้)

ประชากรมี
หน่วยเป็น
จำนวนร้อย



— Cumul Infect adj Thai data - - - Cumul Infect Thai Data

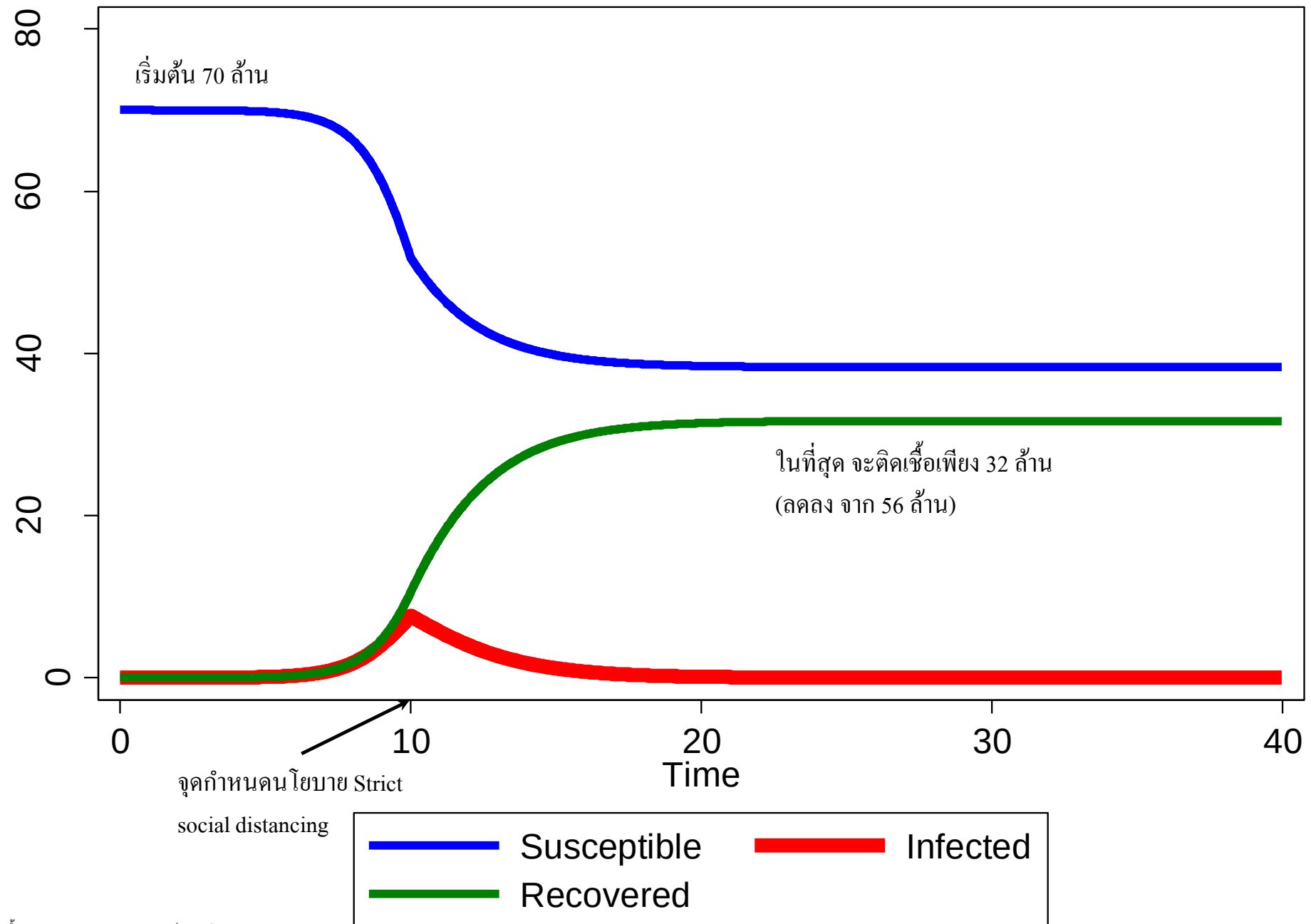
ประชากรมี
หน่วยเป็น
จำนวนร้อย



— Cumul Infect adj Thai data - - - Cumul Infect Thai Data

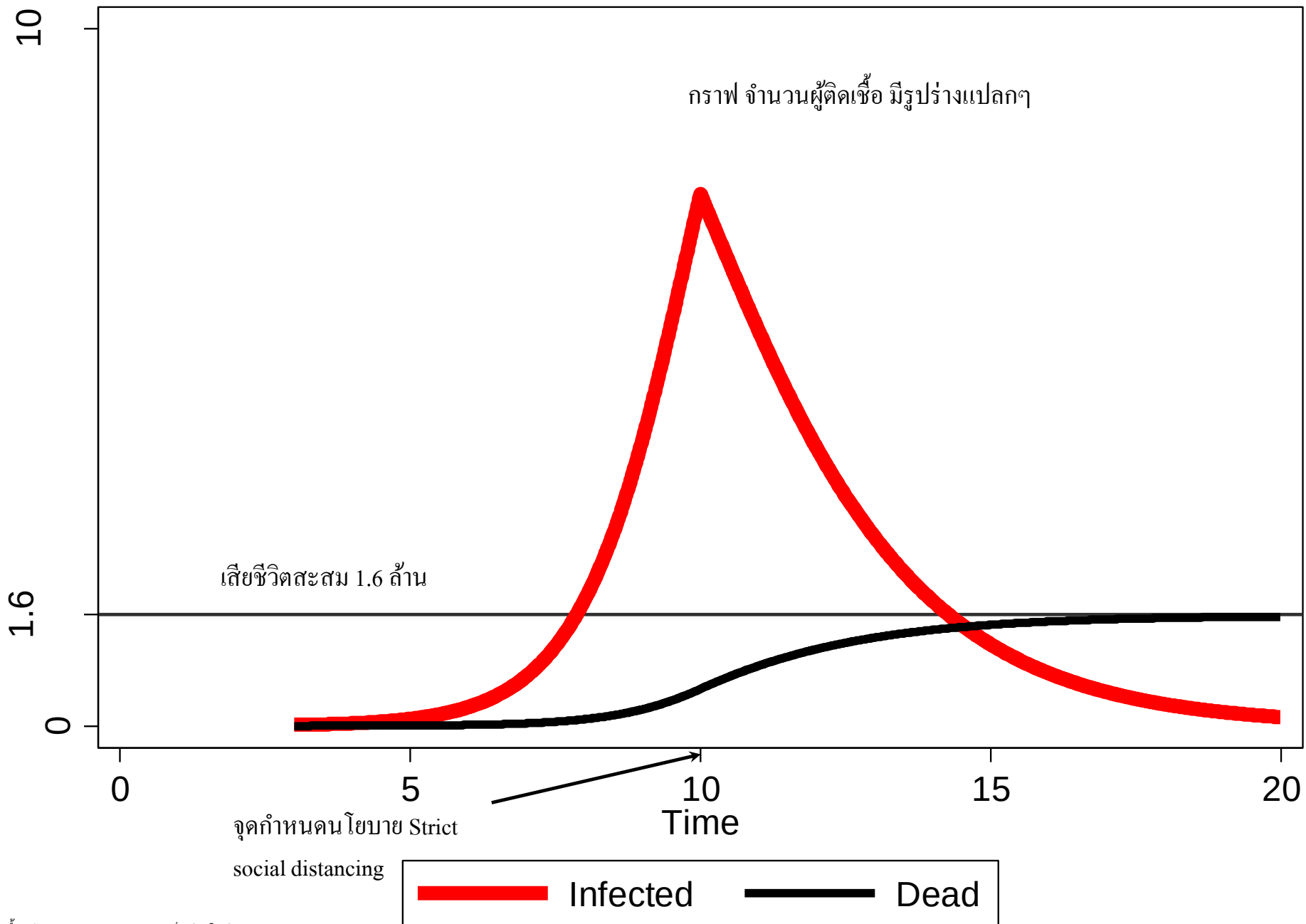
Scenario 2

- กลับมาพิจารณาแบบจำลองที่**ไม่สมจริง** อีกครั้ง เพื่อดูผลกระทบของการเปลี่ยนค่า β และ γ ระหว่างการระบาดของโรค
- เสมือนเป็นการปรับนโยบายสังคม โดยผู้บริหารประเทศ
- เช่น การเปลี่ยนให้ค่า $\beta = 1$ หลังโรคดำเนินไปแล้วช่วงเวลาหนึ่ง (เช่น หลัง 10 หน่วยเวลา) ทำให้ Reproductive ratio = 1
- การเปลี่ยนแปลงนี้ อาจเกิดจากกำหนดให้มี Strict social distancing การล้างมือ ใส่หน้ากาก เป็นต้น (ดูรูปถัดไป)



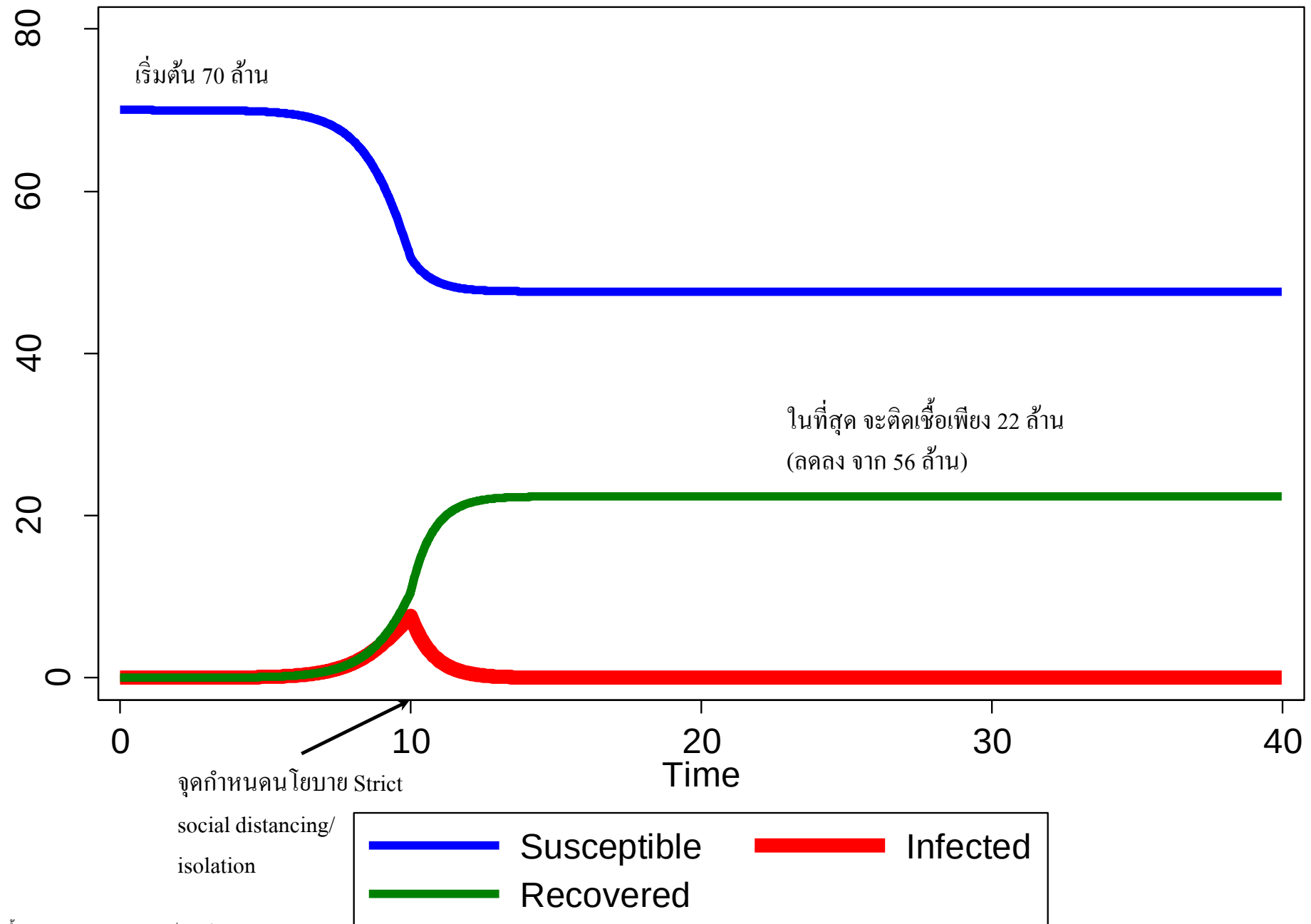
Scenario 2 (ต่อ)

- การติดเชื้อ จะเหลือเพียง 32 ล้าน คิดเป็น 46% ของประชากร ซึ่งต่างจากสิ่งที่อาจจะเป็น (ติดเชื้อ 56 ล้าน หรือ 80% ของประชากร) หากไม่มีนโยบาย (สมมติ) ดังกล่าว
- การเปลี่ยนแปลงอื่นๆ ในรายละเอียด ในแบบจำลอง ก็คือ กราฟของจำนวนผู้ติดเชื้อ ลดลงอย่าง “Dramatic” หลังใช้นโยบาย (ที่เวลา 10 หน่วยเวลา) เกิดรูป “เขี้ยวสุนัข” (ดูในรูปถัดไป)
- และทำให้จำนวนเสียชีวิตสะสม ลดลงเหลือ 1.6 ล้าน (จากเดิม 2.8 ล้าน)



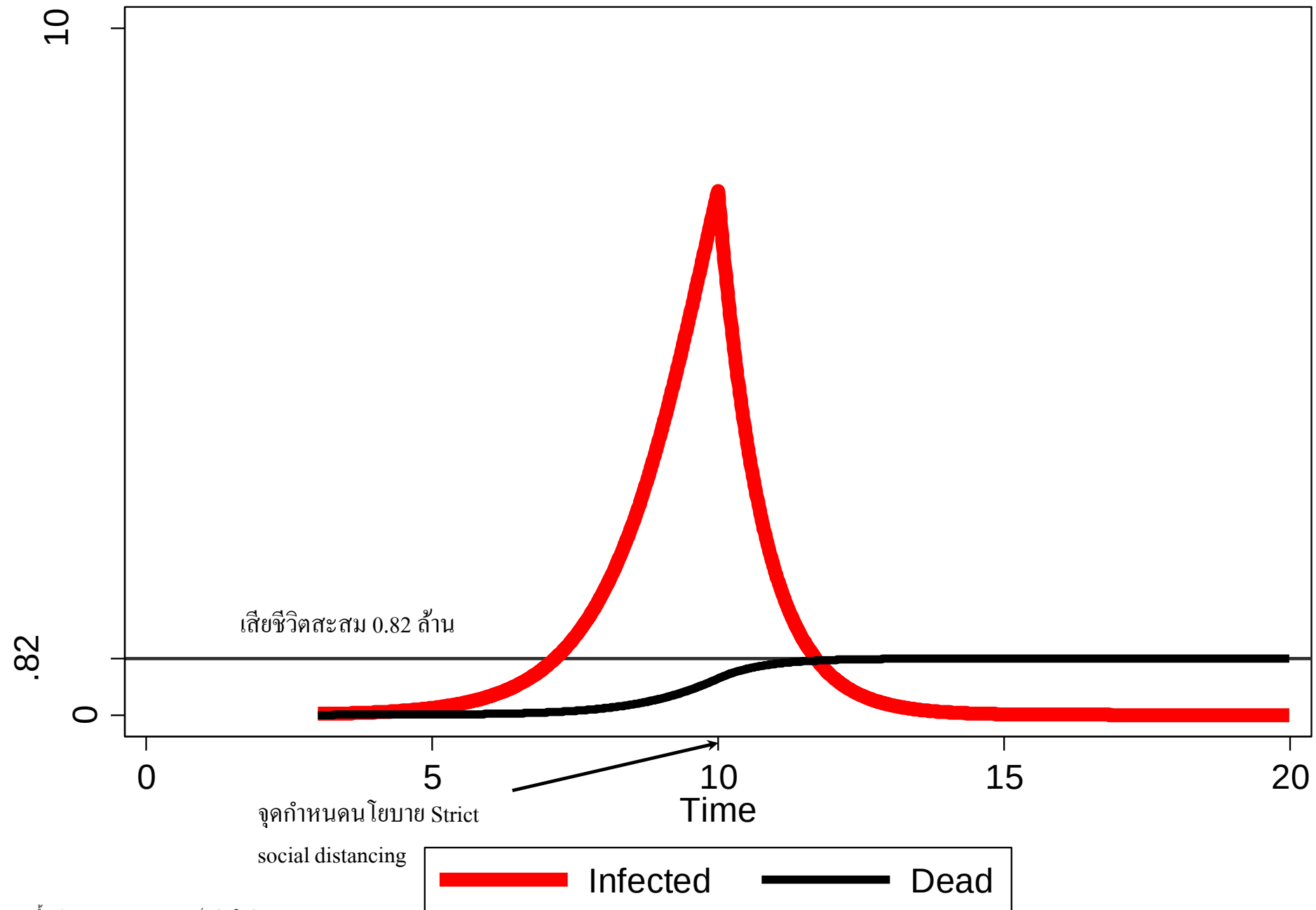
Scenario 3

- ในแบบจำลองเดิม สมมติว่า นอกจากจะลดให้ $\beta = 1$ โดย Social distancing แล้ว แคมยังจะเพิ่มให้ $\gamma = 2$ ณ จุดเวลาเดียวกัน โดย อาจทำให้มี Strict isolation ร่วมด้วย
- ทำให้ค่า Reproductive ratio = 0.5 น้อยกว่า 1
- สิ่งที่เกิดขึ้นในแบบจำลองก็คือ จำนวนผู้ป่วยที่ติดเชื้อทั้งหมด จะลดลงอีก (ดูรูปถัดไป) เหลือเพียง 22 ล้าน



Scenario 3 (ต่อ)

- กราฟของจำนวนผู้ติดเชื้อ จะลดลงอย่างรวดเร็วยิ่งขึ้น ทำให้เกิดรูป “เขี้ยวหมู” (ดูรูปถัดไป)
- และจะมีเพียง 820,000 คนที่เสียชีวิต (จาก 2.8 ล้าน)



บทเรียน ?

- การสร้างแบบจำลอง อาจมีประโยชน์สำหรับศึกษาผลกระทบของนโยบาย ความคุ้มครองโรคติดเชื้อ ได้ในระดับหนึ่ง
- อย่างน้อยเพื่อเป็นวิธีหนึ่ง ในการเลือกระหว่างนโยบายต่างๆ
- แต่แบบจำลองจะไม่สมจริงมากนัก
- น่าจะมีวิธีสร้างแบบจำลอง/ตัวแบบ ที่ดีกว่านี้
- ฯลฯ